

Ο ρόλος των Μαθηματικών σ' ένα αναβαθμισμένο σχολείο*

του Βένιου Αγγελόπουλου

Κατά γενική ομολογία, στόχος του σχολείου είναι η ενσωμάτωση των παιδιών στην κοινωνία, με την παροχή γνώσεων, τη διαμόρφωση αντιλήψεων, την υιοθέτηση κανόνων κοινωνικής συμπεριφοράς. Ο γενικός αυτός στόχος συγκεκριμενοποιείται με διαφορετικούς τρόπους ανάλογα με τις εποχές και τις κοινωνίες. Για παράδειγμα, υπήρξε περίοδος όπου βασικός στόχος του σχολείου στη χώρα μας ήταν η διευκόλυνση της μετεξέλιξης της ελληνικής γλώσσας όσο το δυνατόν πλησιέστερα προς την αρχαία Αττική διάλεκτο. Σήμερα, βασικός στόχος είναι η ταξινόμηση κάθε σχολικής φουρνιάς με στόχο τη διοχέτευση σημαντικού μέρους της προς την Ανώτατη Εκπαίδευση. Και κεντρικό εργαλείο γι' αυτή την ταξινόμηση είναι ο θεσμός των Πανελληνίων Εξετάσεων, που έχουν αναχθεί σε ακρογωνιαίο λίθο της εκπαιδευτικής διαδικασίας, τουλάχιστον για τα τελευταία σχολικά έτη.

Το φαινόμενο αυτό στηρίζεται στο ότι το πτυχίο αποτελούσε σημαντικό εφόδιο κοινωνικής ανόδου επί πολλές δεκαετίες – αυτό δεν ισχύει πια, τώρα το πτυχίο αποτελεί μάλλον διαβατήριο προς την ανεργία, αλλά η αίγλη του παραμένει. Καθώς ζούμε σε μια κοινωνία ανταγωνιστικότητας και ο διαγκωνισμός για την πρόσβαση στα ΑΕΙ είναι μεγάλος, απαιτείται ένα ταξινομητικό κόσκινο, άρα οι Πανελλήνιες.

Το πόσο βλαβερή είναι η μετατροπή των εξετάσεων από εκπαιδευτικό εργαλείο σε μείζονα στόχο της εκπαίδευσης έχει αναλυθεί από πολλούς και δεν θα επεκταθώ. Θα αρκεστώ να αναφέρω ότι αφενός τα μη εξεταζόμενα μαθήματα υποβιβάζονται, αφετέρου τα εξεταζόμενα μεταλλάσσονται σε έναν κατάλογο επιφανειακών γνώσεων και τεχνικών προς αποστήθιση.

Όταν μιλάμε λοιπόν για αναβαθμισμένο σχολείο, χρειάζεται να εξειδικεύσουμε κάποιες προδιαγραφές. Σημειώνουμε κατά πρώτον –και δεν θα επεκταθούμε σ' αυτό το θέμα– ότι το σχολείο, εκτός από το να παρέχει γνώσεις, διαμορφώνει κοινωνικές αξίες και κώδικες κοινωνικής συμπεριφοράς. Δεδομένου ότι η περιρρέουσα ιδεολογία προάγει τον ανταγωνισμό και την ατομικότητα, το σχολείο οφείλει να τα αντισταθμίζει προάγοντας τον αλληλοσεβασμό και τη συλλογική δράση.

Προχωρώντας στο θέμα των γνώσεων που παρέχει το σχολείο, οφείλουμε πρώτα να εξασφαλίσουμε ότι αυτές αντιστοιχούν στην ηλικιακή ωρίμανση του παιδιού, και ότι η ύλη κάθε τάξης στηρίζεται και αξιοποιεί τις γνώσεις των προηγούμενων. Στόχος είναι, στο τελικό στάδιο της σχολικής πορείας, κάθε έφηβος να μπορεί να εκφράζεται σωστά, να κατανοεί τις αιτίες των φαινομένων, να μπορεί να ξεχωρίσει τα σημαντικά από τα δευτερεύοντα μέσα σε ένα πλήθος δεδομένων, να οργανώνει τη σκέψη του και να μπορεί να τη μεταβιβάζει στους άλλους.

Ας σημειωθεί εδώ πως η ραγδαία ανάπτυξη και διάδοση των τεχνολογικών καινοτομιών, φαινόμενο που όλα δείχνουν πως δεν θα εκλείψει, έχει επιπτώσεις τόσο στις ανθρώπινες σχέσεις όσο και στις ανθρώπινες ανάγκες. Η κοινωνία του σήμερα διαφέρει από τη χτεσινή κοινωνία και η αυριανή θα είναι πάλι διαφορετική. Επομένως το σχολείο του σήμερα πρέπει να προετοιμάζει τα παιδιά για την κοινωνία του αύριο.

Όμως η κοινωνία του αύριο δεν είναι δεδομένη, δεν είναι αναγκαστικά γραμμική προέκταση των σημερινών τάσεων. Οι αλλαγές που θα έρθουν σε όλα τα επίπεδα, κοινωνικό, οικονομικό, τεχνολογικό, κλιματικό, κτλ. δεν είναι προϊόν κάποιας φυσικής νομοτέλειας, αλλά αποτέλεσμα της ανθρώπινης δραστηριότητας. Η βούληση και η δράση των ανθρώπων, ατόμων και συνόλων, παίζει σημαντικό ρόλο, και σημαντικό ρόλο παίζει και το αξιακό σύστημα που τις διέπει και που καλλιεργείται στο σχολείο.

Κατά τα άλλα, οι νέες τεχνολογίες εισβάλλουν στο σπίτι και εισάγουν το παιδί στην κοινωνία των ενηλίκων παράλληλα με το σχολείο, και μάλιστα νωρίτερα και με δια-

φορετικούς τρόπους, συνήθως πιο ελκυστικούς από το ίδιο το σχολείο. Είναι σαφές ότι το σχολείο δεν μπορεί να ανταγωνιστεί τα ΜΜΕ και το διαδίκτυο στο δικό τους γήπεδο αλλά οφείλει να προσελκύει τα παιδιά με διαφορετικό τρόπο. Οφείλει να οργανώσει την εξοικείωση με την τεχνολογία, απομυθοποιώντας την και καταπολεμώντας την εξάρτηση από αυτήν. *Προσέχτε!* είπε ο Προμηθέας όταν έδινε τη φωτιά στους ανθρώπους, *η φωτιά είναι καλός υπηρέτης και κακός κύριος.*

Δύο βασικοί κίνδυνοι που προκύπτουν από την άκριτη χρήση της τεχνολογίας είναι αφενός **η μαγική αντίληψη του κόσμου**, που προκύπτει από το γεγονός ότι πατώντας κουμπιά εμφανίζεις εικόνες και ήχους, χωρίς καμία γνώση της αλυσίδας δράσεων από το αίτιο στο αποτέλεσμα. Αφετέρου, **η συνεχώς ανανεούμενη υπερπληροφόρηση**, που οδηγεί στην ισοπέδωση της σκέψης, καθώς το πλήθος και η διαδοχή των ερεθισμάτων αμβλύνει τη δυνατότητα αξιολόγησής τους. Το σχολείο οφείλει να δείξει διεξοδικά ότι οι «μαγικές» ικανότητες είναι προέκταση των ανθρώπινων δυνατοτήτων, προϊόν αιώνων ιστορικής διαδρομής και λειτουργική σύνθεση πολλών κατανοήσιμων βημάτων. Και για να πετύχει κάτι τέτοιο πρέπει να στηριχτεί στις έμφυτες ιδιότητες των παιδιών, την απορία, την τάση για παιχνίδι, την ανάγκη επικοινωνίας, τη φαντασία, την ικανοποίηση που αισθάνεται όταν κατορθώνει (ή καταλαβαίνει) κάτι δύσκολο.

Για να γίνουν αυτά χρειάζεται να αυτονομηθούν οι διαφορετικές εκπαιδευτικές βαθμίδες, που αντιστοιχούν σε διαφορετικά στάδια ωρίμανσης του παιδιού. Να διατυπωθούν ρητά οι γνωσιακοί στόχοι κάθε βαθμίδας και να διασφαλιστεί η καλύτερη δυνατή αντιμετώπιση της σχολικής αποτυχίας. Παράλληλα, να ενισχυθούν, στο μέτρο του δυνατού, οι ιδιαίτερες κλίσεις κάθε παιδιού. Και βεβαίως χρειάζεται ριζική αναμόρφωση της μόρφωσης των εκπαιδευτικών αλλά και ριζική αναβάθμιση της κοινωνικής τους θέσης.

...

Σε ένα αναβαθμισμένο σχολείο τα Μαθηματικά έχουν περίοπτη θέση ως εργαλείο μάθησης. Όχι μόνον επειδή ιστορικά είναι ο πρώτος κλάδος που συστάθηκε ως επιστήμη και η εξέλιξή του αντιστοιχεί χοντρικά στα στάδια ανάπτυξης του ανθρώπινου νου, αλλά και επειδή σε όλη τη διάρκεια της εκμάθησής τους αποτελούν προνομιακό ερευνητικό πεδίο. Τα Μαθηματικά είναι το μόνο μάθημα του οποίου το περιεχόμενο ισχύει όχι επειδή το λέει ο δάσκαλος, αλλά επειδή το **αποδεικνύει** ο δάσκαλος – ή και ο ίδιος ο μαθητής. Με μια μεθοδολογία απόδειξης προσαρμοσμένη στις προσλαμβανόμενες κάθε ηλικίας. Τα σχολικά Μαθηματικά δεν επιτρέπεται να είναι αυτό που τα έχουν καταντήσει (καθότι συνήθως οι απαντήσεις στα ερωτήματα των εξετάσεων είναι τυποποιημένες και μονοσήμαντες), δηλαδή μια βαρετή (και μισητή) αποστήθιση τύπων και συνταγών. Αντίθετα, τα Μαθηματικά οργανώνουν τη σκέψη, καθώς χρησιμοποιούν το γνωστό για να ανακαλύψουν, να κατανοήσουν, να αφομοιώσουν το άγνωστο. Το καινούργιο προκύπτει ως απάντηση σε ερωτήματα που τέθηκαν με βάση το γνωστό, π.χ. *«αν το άθροισμα των τετραγώνων δύο πλευρών είναι ίσο με το τετράγωνο της τρίτης πλευράς, τότε είναι το τρίγωνο ορθογώνιο; Και γιατί;»* ή *«κάθε ευθύγραμμο τμήμα έχει μέσο; Και γιατί;»*. Και αν εμβαθύνουμε στο προηγούμενο παράδειγμα, παρατηρούμε ότι ένα κολιέ με ζυγό αριθμό από χάντρες δεν έχει χάντρα στη μέση, άρα ένα ευθύγραμμο τμήμα έχει περιττό αριθμό σημείων. Κι αν τα σημεία είναι άπειρα (που συνήθως είναι), οδηγούμαστε στα «παράδοξα» του απείρου.

Προφανώς δεν μπορεί να τεθούν, και κυρίως να απαντηθούν, όλα τα ερωτήματα σε όλες τις ηλικίες. Η προσέγγιση στη μαθηματική γνώση οφείλει να είναι ανάλογη με τα στάδια ωρίμανσης του παιδιού, και αυτό αντιστοιχεί στις διαδοχικές εκπαιδευτικές βαθμίδες, δημοτικό, γυμνάσιο, λύκειο. Τελείως σχηματικά (και χωρίς αξιώσεις επι-

στημονικής πληρότητας), μπορούμε να διακρίνουμε τρία στάδια: Πρώτα το στάδιο της εξοικείωσης με τους αριθμούς και τα σχήματα και της εμπειρικής προσέγγισης της εποπτείας που οδηγεί σε στοιχειώδεις κανόνες ταξινόμησης, οργάνωσης και διαπίστωσης σχέσεων. Το δεύτερο στάδιο έχει να κάνει με τη χρήση των συμβόλων και των πράξεων και σχέσεων μεταξύ τους, καθώς και τη σχέση ανάμεσα σε σύμβολο και συμβολιζόμενο, δηλαδή την εξοικείωση με την αφαίρεση και τη γενίκευση. Το τρίτο στάδιο αφορά τη χρήση σύνθετων συλλογισμών και δεν εξαντλείται στη αναπαραγωγή τους, αλλά περιλαμβάνει και διαδικασίες διερεύνησης και κατασκευής της ακολουθίας σκέψεων που οδηγεί σε αποτέλεσμα, καθώς και την ενσωμάτωσή τους σε ένα γενικότερο θεωρητικό περιβάλλον.

Σε όλες τις ηλικίες όμως υπάρχουν κάποιες σταθερές. Τα Μαθηματικά δεν είναι τίποτε άλλο από την επίλυση προβλημάτων με τη βοήθεια άλλων προβλημάτων, λυμένων: Για να λυθεί ένα πρόβλημα χρειάζεται κατανόηση της εκφώνησης, αναγωγή στα ήδη γνωστά, εύρεση της λύσης, έλεγχος του αποτελέσματος και τέλος γλωσσική απόδοσή του. Η λύση ενός μαθηματικού προβλήματος είναι το άνοιγμα ενός δρόμου στον οποίο μπορεί να περπατήσει οποιοσδήποτε είναι εφοδιασμένος με τα κατάλληλα παπούτσια. Η γλωσσική απόδοση είναι η ολοκλήρωση της διαδικασίας (ας μην ξεχνάμε ότι τα μαθηματικά των αρχαίων Ελλήνων δεν χρησιμοποιούσαν αλγεβρικά σύμβολα) και ως εκ τούτου τα Μαθηματικά είναι ένα κατεξοχήν γλωσσικό μάθημα.

Ένα σημαντικό ελάττωμα της διδασκαλίας των Μαθηματικών που πρέπει να καταπολεμηθεί είναι η αυθαίρετη και αναγκαστική εισαγωγή της νέας γνώσης, αποκομμένης από τις προσλαμβάνουσες των μαθητών. Για παράδειγμα, η Άλγεβρα είναι πολύ πιο εύκολη εάν εισαχθεί ως στενογραφική διευκόλυνση των αριθμητικών προβλημάτων: οι πράξεις με γράμματα είναι πιο απλές από τις πράξεις με νούμερα (σε σχολικό επίπεδο πρωτοβάθμιων εξισώσεων τουλάχιστον) και η απαλοιφή των ενδιάμεσων αριθμητικών αποτελεσμάτων μειώνει τις πιθανότητες λάθους. Ο αλγεβρικός συμβολισμός επιτρέπει γενικεύσεις, τυποποιήσεις και αποστασιοποιήσεις από το κάθε επί μέρους πρόβλημα. Αλλά η γενίκευση και η εξαγωγή κοινών χαρακτηριστικών δεν μπορεί να γίνει κατανοητή και ακόμα λιγότερο να γίνει εργαλείο χρήσης, αν δεν προηγηθεί η εξοικείωση με ικανό πλήθος αντικειμένων που θα αποτελέσουν συγκεκριμένα παραδείγματα της γενίκευσης. Αν υπήρχε μόνο ένας σκύλος στον κόσμο, μάλλον η λέξη «σκύλος» δεν θα υπήρχε ως δηλωτική έννοιας: Αν τότε υπήρχε λέξη «Σκύλος» θα δήλωνε κύριο όνομα, ενδεχομένως θεότητα, τοτέμ, λατρευτικό αντικείμενο, όπως ο Ουρανός και η Γαία ή ο Ήλιος. Η λέξη «ήλιος» απέκτησε πληθυντικό όταν θεωρήθηκε ότι ο ήλιος μας δεν ήταν παρά ένας απλανής αστέρας όπως πολλοί άλλοι, απλώς τυχαίνει να είμαστε κοντά σ' αυτόν.

Η καταπολέμηση της αυθαίρετης επιβολής γνώσεων (που δε θα χωνευτούν ποτέ) βοηθιέται από τη σταδιακή εισαγωγή των εννοιών και τον διαδοχικό επαναπροσδιορισμό τους μέσα στο πλέγμα σχέσεων και ιδιοτήτων στο μέχρι στιγμής γνωστό μαθηματικό οικοδόμημα. Οι περισσότεροι μαθηματικοί όροι, όπως ένα, δύο, δώδεκα, ευθεία, κύκλος, γωνία, σφαίρα, τρίγωνο, κάθετος, είναι λέξεις της καθομιλουμένης, οικείες στο παιδί, αλλά μέσα στο μάθημα των Μαθηματικών η υπόστασή τους αλλάζει. Τα γεωμετρικά σχήματα υλοποιούνται αρχικά με σχέδιο, δίπλωμα ή κόψιμο και κόλλημα χαρτιού, καθώς και με τρίγωνα, τετράγωνα ή εξάγωνα πλακάκια που καλύπτουν το επίπεδο. Όμως κάποια στιγμή οφείλουν να χάσουν την υλικότητά τους.

Επίσης, μια γωνία στην καθομιλουμένη έχει αναγκαστικά μια αιχμή, την κορυφή της, όσο αμβλεία κι αν είναι. Έλα όμως που το άθροισμα δύο ορθών γωνιών είναι μια ευθεία γωνία η οποία στα Μαθηματικά είναι γωνία ενώ στην εμπειρία δεν είναι, καθότι λεία! Έλα που το 3 δεν διαιρεί το 2, αλλά από κάποια στιγμή και μετά το διαιρεί και έχει πηλίκο $2/3$! Έλα που οι αρνητικοί αριθμοί δεν έχουν τετραγωνικές ρίζες και

όμως από κάποιο σημείο και μετά έχουν, διότι τις εισάγουμε με το χέρι (όπως τα κλάσματα)! Οι αντιφάσεις αυτές είναι ουσιαστικές, παρουσιάζουν δυσκολίες κατανόησης και δεν μπορούν να υπερνικηθούν αν δεν θεωρηθούν ως διεύρυνση του θεωρητικού πλαισίου έτσι ώστε να λυθούν κάποια προβλήματα που είναι άλυτα στο δεδομένο πλαίσιο. Κι αυτό γίνεται με τα δεδομένα της συγκυρίας: Για να μοιράσεις δύο μήλα σε τρία παιδιά φεύγεις από το πλαίσιο των ακεραίων, ειδικά η μοιρασιά είναι αδύνατη – αλλά βέβαια δεν θα το πεις έτσι στο παιδί, θα το δείξεις με δύο μήλα κι ένα μαχαίρι.

Εδώ μια παρέκβαση: Ένα παιδί που μεγαλώνει καλείται να αφομοιώσει μια σύνοψη γνώσεων και πρακτικών που η ανθρωπότητα έκανε αιώνες ή και χιλιετηρίδες για να εμπεδώσει – και όχι μόνο στα Μαθηματικά. Έτσι, ενώ τα κλάσματα υπήρχαν σε πολλούς πολιτισμούς, οι αρνητικοί αριθμοί και οι ρίζες τους εμφανίζονται στον ύστερο Μεσαίωνα. Η διαφορά ίσων αριθμών δεν υπήρχε (δεν ήταν αριθμός) για τους αρχαίους Έλληνες, υπήρχε όμως από τους Ινδούς και μετά. Και υπάρχουν πολλές άλλες τομές, η εισαγωγή των οποίων δεν έγινε χωρίς βάσανα: Είναι γνωστή η τραυματική ιστορία της ανακάλυψης των άρρητων λόγων από τους Πυθαγόρειους, γνωστή η περιπέτεια του Γαλιλαίου με την Ιερά Εξέταση. Ένας από τους στόχους των σχολικών Μαθηματικών είναι να εξομαλύνει την αφομοίωση αυτών των ρήξεων από το παιδί. Και βασικό εργαλείο γι' αυτό είναι η διατύπωση προβλημάτων με όρους κατανοητούς – κι αν το ερώτημα δεν είναι κατανοητό πρέπει να επαναδιατυπωθεί διαφορετικά, μέχρι να γίνει κατανοητό (ενδεχομένως μέχρι να διαπιστωθούν και να καλυφθούν τα κενά που εμποδίζουν την κατανόηση).

Κάτι που πρέπει να προσεχτεί είναι πως η πρώτη επαφή με τα Μαθηματικά είναι παιχνίδι, αίνιγμα, γρίφος, που, όπως κάθε παιχνίδι, έχει τους κανόνες του. Παιχνίδι όχι απλά λεκτικό, αλλά και σωματικό, κινητικό, κατασκευαστικό. Τα παραδείγματα αφθονούν: Τα σχήματα και τα όριά τους, τα μήκη και οι ταχύτητες ενυπάρχουν μέσα σε παιδικά παιχνίδια και αθλήματα, από το κουτσό και το κυνηγητό μέχρι το γήπεδο, το στίβο ή το σκάμμα. Ως παιχνίδια μπορεί να παρουσιαστούν πολλές μαθηματικές δραστηριότητες:

- Το ανάπτυγμα ενός πολυέδρου (ή κώνου ή κυλίνδρου) γίνεται πολύεδρο και αντίστροφα, έτσι ώστε η συντομότερη διαδρομή μιας σαύρας σε ένα δωμάτιο μπορεί να περνάει από τέσσερις τοίχους και το ταβάνι.
- Αν πλακουτσώσουμε ένα φιόγκο σε μια χάρτινη ταινία (ή μια υφασμάτινη κορδέλα) παίρνουμε ένα κανονικό πεντάγωνο.
- Τοποθετώντας κατάλληλα βόλους, βλέπουμε πως το άθροισμα διαδοχικών ακεραίων γεμίζει ισόπλευρο τρίγωνο (αν ξεκινάς από τη μονάδα, ειδικά ισοσκελές τραπέζιο).
- Αν ένας αριθμός διαιρείται διά 3, το ίδιο ισχύει για το άθροισμα των ψηφίων του.
- Οποιοδήποτε οξυγώνιο τρίγωνο μας δίνει ένα τετράεδρο εάν τσακιστεί κατά τις μεσοπαράλληλές του, αλλά για τα αμβλυγώνια αυτό δεν ισχύει.
- Η διαφορά των τετραγώνων διαδοχικών ακεραίων είναι το άθροισμα αυτών των ακεραίων, όχι λόγω κάποιου αλγεβρικού τύπου, αλλά σχηματίζοντας τετράγωνο με βόλους και αφαιρώντας δύο σειρές βόλων.
- Μια σκακιέρα τυχαίου μεγέθους μπορεί να χρωματιστεί έτσι ώστε κάθε σειρά παράλληλη προς μια διαγώνιο να έχει σταθερό χρώμα, όχι μόνο με δύο χρώματα αλλά με 3, 4, 5 ή n χρώματα, αλλά μόνο με δύο έχει και η κάθετη διαγώνιος σταθερό χρώμα.

Τα παραδείγματα που αναφέρθηκαν (και πολλά άλλα που θα μπορούσαν να παρατεθούν) εξοικειώνουν το παιδί με τους αριθμούς και τα σχήματα και αποτελούν πα-

ραδείγματα αναφοράς για τις μαθηματικές γνώσεις που θα εμφανιστούν αργότερα: Ο μεν πεντάγωνος φιόγκος αναλύεται και αποδεικνύεται ότι είναι κανονικός στα πλαίσια της Ευκλείδειας Γεωμετρίας, ο δε αλγεβρικός τύπος του τετραγώνου ενός αθροίσματος, $(\alpha+\beta)^2$, προκύπτει ιστορικά από τη διαίρεση του τετραγώνου με δύο ευθείες, αιώνες πριν από την αλγεβρική του έκφραση, ακριβώς όπως στα τετράγωνα με τους βόλους. Αλλά πολύ πριν φτάσουμε σε θεωρητικές κατασκευές, οι δραστηριότητες αυτού του τύπου και οι άμεσες προεκτάσεις τους βοηθούν το παιδί από νωρίς να εξοικειωθεί με έννοιες όπως η σύγκριση μεγεθών, η συμμετρία, η περιοδικότητα, οι αριθμητικές πράξεις, οι μετασχηματισμοί ή οι διαμερίσεις, πριν τις διδαχτεί σε αυστηρά θεωρητικό πλαίσιο. Και έχει μεγαλύτερη σημασία να βλέπει το παιδί ότι ένα πολύγωνο εγγεγραμμένο σε κύκλο (ή σε άλλο πολύγωνο) έχει μικρότερο εμβαδόν, και αντίστοιχα για όγκους στο χώρο, παρά να μαθαίνει (προφανώς χωρίς απόδειξη) τον τύπο του όγκου της πυραμίδας ή της σφαίρας: Πρόκειται για γνώσεις τελείως μη λειτουργικές τόσο πρακτικά όσο και σχολικά, που έχουν αξία μόνο για την παραγωγή ασκήσεων προς εξέταση.

As σημειωθεί τέλος, ότι η σωματική ενασχόληση υλικά αντικείμενα που οδηγούν σε μαθηματικές έννοιες και σχέσεις παραχωρεί σταδιακά τη θέση της σε παραδείγματα παρμένα είτε από προγενέστερες μαθηματικές γνώσεις (π.χ. σχέση δεκαδικών και κλασμάτων), είτε από την Ιστορία των Μαθηματικών, είτε από γνώσεις άλλων μαθημάτων (π.χ. σύνθεση δυνάμεων στη Φυσική). Και η συσχέτιση με άλλο μάθημα βοηθάει την κατανόηση τόσο αυτού όσο και των Μαθηματικών.

Δεν θέλω να επεκταθώ περισσότερο, καθώς οι επόμενοι ομιλητές θα αναπτύξουν πολύ πιο συγκεκριμένα τα διάφορα θέματα. Θα κλείσω με μια σύντομη αναφορά για το πώς αυτές οι σκέψεις –που, απ’ όσο ξέρω, δεν είναι μόνο προσωπικές μου– μπορούν να μην παραμείνουν ευσεβείς πόθοι. Σίγουρα η Πολιτεία έχει ένα καθήκον, να μεταρρυθμίσει ριζικά την πρόσβαση στην Ανώτατη Εκπαίδευση, απαγκιστρώνοντας το σχολείο από αυτήν, καθώς και τη μόρφωση και επιμόρφωση των εκπαιδευτικών και την αναβάθμιση της κοινωνικής τους θέσης. Για παράδειγμα, έχει παρατηρηθεί ότι ένα μη αμελητέο ποσοστό των δασκάλων του Δημοτικού απεχθάνεται τα Μαθηματικά, κάτι που μεταφέρεται στα παιδιά: Αυτό πρέπει να εκλείψει. Και πρέπει προφανώς να οργανώσει την αναδιαμόρφωση μεθόδων και προγραμμάτων ώστε να εξυπηρετούν τους στόχους που έχουν αναφερθεί.

Όμως *συν Αθηνά και χείρα κίνει*: Αν η μαθηματική κοινότητα δεν κινητοποιηθεί, προφανώς με πρωτοβουλία των πιο ψαγμένων και ανήσυχων μελών της, τίποτε δεν θα γίνει. Δεν αρκεί να περιμένει κανείς οδηγίες από τα πάνω, οφείλει να στοχάζεται για τη βελτίωση αυτού που κάνει – η ανθρωπότητα μόνον έτσι προχώρησε, όποτε προχώρησε. Και ευτυχώς υπάρχει η κρίσιμη μάζα των ανθρώπων που με κέφι ασχολούνται με τα προβλήματα της μαθηματικής παιδείας, τη βελτίωση περιεχομένου και μεθόδων, την αντιμετώπιση της αποτυχίας. Είναι άποψή μου, και άποψη του Συμβουλίου της ΕΠΕΔΙΜ, ότι αυτή η δράση πρέπει να ενισχυθεί και να οργανωθεί, και ότι η σημερινή διημερίδα είναι ένα βήμα προς αυτή την κατεύθυνση. Ελπίζουμε η τάση αυτή να έχει συνέχεια και διάρκεια. Και είμαστε στη διάθεσή σας να βοηθήσουμε να σχηματιστούν ομάδες εργασίας οι οποίες μπορούν να παράγουν έργο που, ακόμη και στις δυσμενείς σημερινές συνθήκες, δύσκολα θα παρακάμπτεται.

Ευχαριστώ για την υπομονή σας.

* Εισήγηση στην ομώνυμη διημερίδα της Επιστημονικής Εταιρείας Διδακτικής των Μαθηματικών, Αθήνα, 9-10 Οκτωβρίου 2015.